Городская олимпиада по геометрии 2015-2016 учебный год

**10 класс**

1. В треугольнике ABC  AA0 и BB0 – медианы, AA1 и BB1 – высоты. Описанные окружности треугольников CA0B0 и CA1B1 вторично пересекаются в точке Mc. Аналогично определяются точки Ma, Mb. Докажите, что точки Ma, Mb, Mc лежат на одной прямой, а прямые AMa, BMb, CMc параллельны.
2. Вневписанная окружность прямоугольного треугольника ABC  (∠B = 90°)  касается стороны BC в точке A1, а прямой AC в точке A2. Прямая A1A2 пересекает (первый раз) окружность, вписанную в треугольник ABC в точке A'; аналогично определяется точка C'. Докажите, что  AC || A'C'.
3. В треугольнике ABC середины сторон AC, BC, вершина C и точка пересечения медиан лежат на одной окружности. Докажите, что она касается окружности, проходящей через вершины A, B и ортоцентр треугольника ABC.
4. Около треугольника ABC описали окружность. A1 – точка пересечения с нею прямой, параллельной BC и проходящей через A. Точки B1 и C1 определяются аналогично. Из точек A1, B1, C1опустили перпендикуляры на BC, CA, AB соответственно. Докажите, что эти три перпендикуляра пересекаются в одной точке.
5. Дано два тетраэдра A1A2A3A4 и B1B2B3B4. Рассмотрим шесть пар ребер AiAj и BkBl, где  (i, j, k, l)  – перестановка чисел  (1, 2, 3, 4)  (например, A1A2 и B3B4). Известно, что во всех парах, кроме одной, ребра перпендикулярны. Докажите, что в оставшейся паре ребра тоже перпендикулярны.
6. На плоскости отмечена точка M, не лежащая на осях координат. По оси ординат движется точка Q, а по оси абсцисс точка P так, что угол PMQ всегда остаётся прямым. Найдите геометрическое место точек N, симметричных M относительно PQ.
7. Дана окружность с центром O и радиусом 1. Из точки A к ней проведены касательные AB и AC. Точка M, лежащая на окружности, такова, что четырёхугольники OBMC и ABMC имеют равные площади. Найдите MA.
8. На плоскости проведены  n > 2  прямых общего положения (то есть никакие две прямые не параллельны и никакие три не пересекаются в одной точке). Эти прямые разрезали плоскость на несколько частей. Какое  
    а)наименьшее;  
    б)наибольшее  
   количество углов может быть среди этих частей?