Городская олимпиада по геометрии 2015-2016 учебный год

**7 класс**

1. Докажите, что у выпуклого многоугольника не может быть более трех острых углов.
2. Можно ли из 18 плиток размеров 1\*2 выложить квадрат 6\*6 так, чтобы при этом не получалось ни одного прямого "шва", соединяющего противоположные стороны квадрата и идущего по краям плиток?
3. На отрезке AB выбрана произвольно точка C и на отрезках AB, AC и BC, как на диаметрах, построены окружности O1, O2 и O3. Через точку C проводится произвольная прямая, пересекающая окружность O1 в точках P и Q, а окружности O2 и O3 в точках R и S соответственно. Доказать, что PR = QS.
4. Вершины A, B, C треугольника соединены с точками A1, B1, C1, лежащими на противоположных сторонах (не в вершинах).
Могут ли середины отрезков AA1, BB1, CC1 лежать на одной прямой?
5. На шахматной доске 8×8 отмечены центры всех полей. Можно ли тринадцатью прямыми, не проходящими через эти центры, разбить доску на части так, чтобы внутри каждой из них лежало не более одной отмеченной точки?
6. От пирога, имеющего форму выпуклого пятиугольника, можно отрезать треугольный кусок по линии, пересекающей в точках, отличных от вершин, две соседние стороны; от оставшейся части пирога — следующий кусок (таким же образом) и т.д. В какие точки пирога можно воткнуть свечку, чтобы её нельзя было отрезать?
7. Дан треугольник ABC. Докажите, что существует два семейства правильных треугольников, стороны которых (или их продолжения) проходят через точки A, B и C. Докажите также, что центры треугольников этих семейств лежат на двух концентрических окружностях.