**ГОРОДСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО ГЕОМЕТРИИ**

**2018 год**

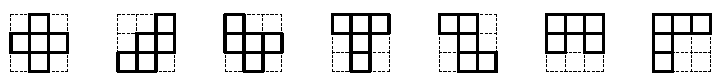
**7 класс**

**Задача 1.**

Из каждого клетчатого квадрата со стороной 3 клетки вырезается фигура из пяти клеток с таким же периметром, как у квадрата, но площадью 5 клеток. Саша утверждает, что сможет вырезать 7 таких различных фигур (никакие две из них не совместятся при наложении, даже если фигуры переворачивать). Не ошибается ли он?

**Решение**

Вот эти фигуры:

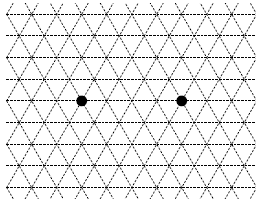


**Ответ**

Не ошибается.

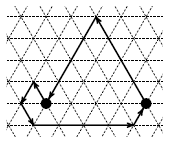
**Задача 2.**

Коля и Макс живут в городе с треугольной сеткой дорог (см. рисунок). В этом городе передвигаются на велосипедах, при этом разрешается поворачивать только налево. Коля поехал в гости к Максу и по дороге сделал ровно 4 поворота налево. На следующий день Макс поехал к Коле и приехал к нему, совершив только один поворот налево. Оказалось, что длины их маршрутов одинаковы. Изобразите, каким образом они могли ехать (дома Коли и Макса отмечены).



**Решение**

См. рис. (длина маршрута каждого – 8 единичных отрезков).



**Задача 3.**

Существует ли треугольник, градусная мера каждого угла которого выражается простым числом?

**Решение**

Так как сумма углов треугольника равна 180°, то градусные меры всех углов треугольника не могут выражаться нечётными числами. Следовательно, градусная мера одного из углов равна 2°. Остается подобрать два простых числа, сумма которых равна 178.

Вот все возможные примеры: 5 + 173, 11 + 167, 29 + 149, 41 + 137, 47 + 131, 71 + 107, 89 + 89.

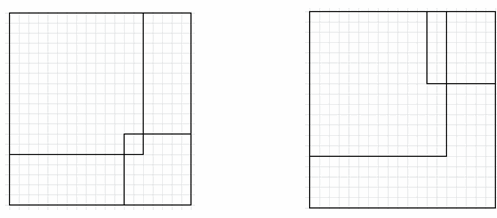
**Ответ:** Существует.

**Задача 4.**

В большой квадратный зал привезли два квадратных ковра, сторона одного ковра вдвое больше стороны другого. Когда их положили в противоположные углы зала, они в два слоя накрыли 4 м2, а когда их положили в соседние углы, то 14 м2. Каковы размеры зала?

**Решение**

В первом случае пересечением ковров является квадрат площади 4 м2 (рис. слева), значит, длина стороны этого квадрата равна 2 м. Во втором случае, пересечение – прямоугольник, одна сторона которого также равна 2 м (рис. справа). Следовательно, другая сторона этого прямоугольника равна  14 : 2 = 7 (м),  а это и есть длина стороны меньшего ковра. Значит, сторона большего ковра имеет длину 14 м. Так как стороны ковров накладываются друг на друга на 2 м, то длина стороны зала равна   
7 + 14 – 2 = 19 (м).

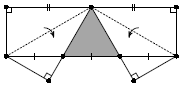


**Ответ**

19×19 м2.

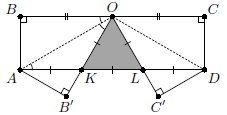
**Задача 5.**

Два угла прямоугольного листа бумаги согнули так, как показано на рисунке. Противоположная сторона при этом оказалась разделённой на три равные части. Докажите, что закрашенный треугольник – равносторонний.



**Решение**

Введём обозначения так, как показано на рисунке.



Треугольник *AB'O* получился перегибанием из треугольника *ABO*, значит, эти треугольники равны. Следовательно,  ∠*AOB* = ∠*AOB'*.  Кроме того, из параллельности сторон *AD* и *BC*прямоугольника следует, что  ∠*AOB* = ∠*KAO*.  Таким образом, в треугольнике *AOK* углы *AOK* и *KAO* равны, значит, этот треугольник равнобедренный:  *OK = AK*. Рассуждая аналогично, получим, что треугольник *DOL* – также равнобедренный. Следовательно,  *OK = OL = KL*,  то есть треугольник *KOL* – равносторонний.