**ГОРОДСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО ГЕОМЕТРИИ**

**2018 год**

**8 класс**

**Задача 1.**

Из каждого клетчатого квадрата со стороной 3 клетки вырезается фигура из пяти клеток с таким же периметром, как у квадрата, но площадью 5 клеток. Саша утверждает, что сможет вырезать 7 таких различных фигур (никакие две из них не совместятся при наложении, даже если фигуры переворачивать). Не ошибается ли он?

**Решение**

Вот эти фигуры:



**Ответ**

Не ошибается.

**Задача 2.**

Существует ли треугольник, градусная мера каждого угла которого выражается простым числом?

**Решение**

 Так как сумма углов треугольника равна 180°, то градусные меры всех углов треугольника не могут выражаться нечётными числами. Следовательно, градусная мера одного из углов равна 2°. Остается подобрать два простых числа, сумма которых равна 178.

 Вот все возможные примеры: 5 + 173, 11 + 167, 29 + 149, 41 + 137, 47 + 131, 71 + 107, 89 + 89.

**Ответ:** Существует.

**Задача 3.**

На прозрачном листе бумаги отмечены три точки. Докажите, что лист можно согнуть по некоторой прямой так, чтобы эти точки оказались в вершинах равностороннего треугольника.

**Решение**

Пусть *A, B, C* – данные точки, *AB* – наименьшая сторона треугольника *ABC, D* – вершина равностороннего треугольника *ABD, l* – серединный перпендикуляр к отрезку *CD*. Так как  *AD = AB ≤ AC*  и  *BD = AB ≤ BC*,  точки *A, B* лежат по ту же сторону от *l*, что и точка *D*. Поэтому, если перегнуть лист по прямой *l*, то точки *A* и *B* останутся на месте, а точка *C* совместится с *D*.

**Задача 4.**

В большой квадратный зал привезли два квадратных ковра, сторона одного ковра вдвое больше стороны другого. Когда их положили в противоположные углы зала, они в два слоя накрыли 4 м2, а когда их положили в соседние углы, то 14 м2. Каковы размеры зала?

**Решение**

В первом случае пересечением ковров является квадрат площади 4 м2 (рис. слева), значит, длина стороны этого квадрата равна 2 м. Во втором случае, пересечение – прямоугольник, одна сторона которого также равна 2 м (рис. справа). Следовательно, другая сторона этого прямоугольника равна  14 : 2 = 7 (м),  а это и есть длина стороны меньшего ковра. Значит, сторона большего ковра имеет длину 14 м. Так как стороны ковров накладываются друг на друга на 2 м, то длина стороны зала равна
7 + 14 – 2 = 19 (м).



**Ответ**

19×19 м2.

**Задача 5.**

Дано 27 кубиков одинакового размера: 9 красных, 9 синих и 9 белых. Можно ли сложить из них куб таким образом, чтобы каждый столбик из трёх кубиков содержал кубики ровно двух цветов? (Рассматриваются столбики, параллельные всем ребрам куба, всего 27 столбиков.)

**Решение**

На рисунке 1 приведены слои кубика 3×3×3, сложенные из 27 цветных кубиков.



**Ответ**

Можно.