**8 класс**

№1. Кооператив получает яблочный и виноградный сок в одинаковых бидонах и выпускает яблочно-виноградный напиток в одинаковых банках. Одного бидона яблочного сока хватает ровно 6 банок напитка, а одного бидона виноградного – ровно на 10. Когда рецептуру напитка изменили, одного бидона яблочного сока стало хватать ровно на 5 банок напитка. На сколько банок напитка хватит теперь одного бидона виноградного сока? (Напиток водой не разбавляется.)

Решение:

1 способ. На банку напитка уходит 1/6 бидона яблочного и 1/10 бидона виноградного сока, значит, объем банки равен $\frac{1}{6}+\frac{1}{10}=\frac{4}{15}$ объема бидона. После изменения рецептуры на банку напитка уходит 1/5 бидона яблочного сока и 1/*х* бидона виноградного сока, значит, объем банки равен $\frac{1}{5}+\frac{1}{x}$ объема бидона. Получаем уравнение: $\frac{1}{5}+\frac{1}{x}= \frac{4}{15}$. Отсюда *х*=15.

2 способ. На 30 банок было затрачено 5 бидонов яблочного и 3 бидона виноградного сока. Итого 8 бидонов сока. По новой рецептуре на 30 банок затратят 6 бидонов яблочного сока. Значит, виноградного сока затратят 2 бидона. Итак, бидона виноградного сока хватит на 15 банок.

Ответ: 15 банок.

№2. Постройте график уравнения $y^{2}=4x^{2}$.

Решение: $4x^{2}-y^{2}=0$, (2*х*-*у*)(2*х*+*у*)=0 $\left[\begin{array}{c}y=2x,\\y=-2x.\end{array}\right.$



№3. На основании АС равнобедренного треугольника *АВС* выбрали точку *D*, а на продолжении *АС* за вершину *С* – точку *Е*, причем *АD* = *СЕ*. Докажите, что *ВD* + *ВЕ*$>$*АВ* + *ВС*.

Доказательство:

На продолжении стороны *АВ* за точку *А* отложим отрезок *АF*, равный *АВ*. Треугольник *АDF* равен треугольнику *СЕВ* по двум сторонам и углу между ними. Значит *DF* = *ВЕ*. Применив неравенство треугольника к треугольнику *FDB*, получим, что *АВ*+*ВС* = *ВF*$<$*ВD + DF* = *ВD* + *ВЕ*, что и требовалось доказать.

№4. Найти все натуральные числа, которые уменьшаются в 12 раз при зачеркивании последней цифры.

Решение:

Любое натуральное число, оканчивающееся на цифру b, может быть записано в виде 10а+ b, где а – некоторое натуральное число. Из условия задачи следует, что числа а и b удовлетворяют соотношению 10а + b = 12а. Из этого соотношения вытекает, что b = 2а и, значит, число b отлично от 0 и является четным. Поэтому, так как 1$\leq b\leq 9$, возможными значениями b являются числа 2; 4; 6; 8. Учитывая отношение b = 2а, получаем, что искомыми числами являются числа 12; 24; 36; 48.

Ответ: 12; 24; 36; 48.

№5. На смотре войска Острова лжецов и рыцарей (лжецы всегда лгут, рыцари всегда говорят правду) вождь построил всех воинов в шеренгу. Каждый из воинов, стоящих в шеренге, сказал: «Мои соседи по шеренге - лжецы». (Воины, стоящие в концах шеренги, сказали: «Мой сосед по шеренге - лжец».) Какое наибольшее число рыцарей могло оказаться в шеренге, если на смотр вышли 2005 воинов?

Решение:

Заметим, что два воина, стоящие рядом, не могли оказаться рыцарями. Действительно, если бы они оба были рыцарями, то они оба сказали бы неправду. Выберем воина, стоящего слева, и разобьем ряд из оставшихся 2004 воинов на 1002 группы по два рядом стоящих воина. В каждой такой группе не более одного рыцаря, то есть среди рассматриваемых 2004 воинов не более 1002 рыцарей, то есть всего в шеренге не более 1002+1 = 1003 рыцарей.

Рассмотрим шеренгу РЛРЛР…..РЛРЛР. В такой шеренге стоит ровно 1003 рыцаря.

Ответ: 1003 рыцаря.

***Оценивание***

Каждая задача оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

|  |  |
| --- | --- |
| Баллы | Правильность (ошибочность) решения |
| 7 | Полное верное решение. |
| 6-7 | Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение. |
| 5-6 | Решение в целом верное. Однако оно содержит ряд ошибок, либо нерассмотрение отдельных случаев, но может стать правильным после небольших исправлений или дополнений. |
| 4 | Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев, или в задаче типа «оценка + пример» верно получена оценка. |
| 2-3 | Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи, или в задаче типа «оценка + пример» верно построен пример. |
| 1 | Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении). |
| 0 | Решение неверное, продвижения отсутствуют. |
| 0 | Решение отсутствует. |

Помимо этого, в методических рекомендациях по проведению олимпиады следует проинформировать жюри муниципального этапа о том, что:

а) любое правильное решение оценивается в 7 баллов. Недопустимо снятие баллов за то, что решение слишком длинное, или за то, что решение школьника отличается от приведенного в методических разработках или от других решений, известных жюри; при проверке работы важно вникнуть в логику рассуждений участника, оценивается степень ее правильности и полноты;

б) олимпиадная работа не является контрольной работой участника, поэтому любые исправления в работе, в том числе зачеркивание ранее написанного текста, не являются основанием для снятия баллов; недопустимо снятие баллов в работе за неаккуратность записи решений при ее выполнении;

в) баллы не выставляются «за старание Участника», в том числе за запись в работе большого по объему текста, не содержащего продвижений в решении задачи;

г) победителями олимпиады в одной параллели могут стать несколько участников, набравшие наибольшее количество баллов, поэтому не следует в обязательном порядке «разводить по местам» лучших участников олимпиады.