***9 класс***

№1. Построить график функции: у =.

Решение: .

Упростим выражение .

Таким образом, графиком функции является прямая  с выколотыми точками (-1;-2) и (1;0).

№2. Докажите, что при любых численных значениях букв выполняется неравенство $a^{2}+b^{2}-2ab∙\left(a+b\right)+2a^{2}b^{2}\geq 0$.

Решение: $a^{2}+b^{2}-2ab∙\left(a+b\right)+2a^{2}b^{2}=a^{2}+b^{2}-2a^{2}b-2ab^{2}+2a^{2}b^{2}=\left(a^{2}-2a^{2}b\right)+\left(b^{2}-2ab^{2}\right)+a^{2}b^{2}+a^{2}b^{2}= a^{2}\left(1-2b\right)+b^{2}\left(1-2a\right)+a^{2}b^{2}+a^{2}b^{2}=a^{2}\left(1-2b+b^{2}\right)+b^{2}\left(1-2a+a^{2}\right)=a^{2}(b-1)^{2}+b^{2}(a-1)^{2}\geq 0$

№3. В первом сосуде находится 500мл 70%-ного раствора кислоты, во втором – 200мл 90%-ного раствора кислоты. Сколько миллилитров нужно перелить из второго сосуда в первый, чтобы в первом сосуде получился 74%-ный раствор кислоты?

Решение: Пусть перелили *х* мл раствора кислоты из второго сосуда в первый. В *х* мл этого раствора содержится 0,9*х* мл кислоты, так как раствор 90%-ный. В первом сосуде содержится 70% кислоты, то есть
0,7$∙$500 мл=350 мл. После того как из второго сосуда перелили *х* мл раствора в первый сосуд, в первом сосуде стало (350+0,9*х*) мл кислоты.

Найдем новую концентрацию раствора кислоты в первом сосуде, составим пропорцию:

(350+0,9*х*) мл кислоты – α%

(500+*х*) мл кислоты – 100%

Из пропорции получаем α:

$α=\frac{(350+0,9x)∙100}{500+x}\%=\frac{35000+90x}{500+x}\% $.

По условию задачи α=74%, тогда $\frac{35000+90x}{500+x}\%=74\%$. Откуда *х* = 125.

Ответ 125 мл.

№4. В треугольнике *АВС* угол *А* в 2 раза больше угла *С*, сторона *ВС* на 2 см больше стороны *АВ*, а *АС* = 5 см. Найти *АВ* и *ВС*.

Решение:

Проведем биссектрису *AD*
угла *А*. Тогда получим, что $∠BAD=∠DAC=∠ACB$.

В $∆ADC$ углы при основании равны, значит этот треугольник равнобедренный: *AD* = *DС*.

Положим *АВ* = *х*, *AD* = *DС* = *у*. Тогда *ВС* = *х*+2, *ВD* = *х*+2-*у*.

Треугольники *АВD* и *АВС* подобны, так как $∠BAD=∠C и ∠B$ у этих треугольников общий. Из подобия треугольников заключаем,
что $\frac{AB}{BC}=\frac{BD}{AB}=\frac{AD}{AC}$, то есть $\frac{x}{x+2}=\frac{x+2-y}{x}=\frac{y}{5}.$ $\left\{\begin{array}{c}\frac{x}{x+2}=\frac{y}{5},\\\frac{x+2-y}{x}= \frac{y}{5};\end{array}\right.⟹\left\{\begin{array}{c}5x=xy+2y,\\5x+10-5y=xy.\end{array}\right. $Вычитая второе уравнение из первого, получим $5y-10=2y, y=\frac{10}{3}.$ Значит, $\frac{x}{x+2}=\frac{2}{3}$, то есть *х* = 4. Тогда АВ = 4 см, ВС = 6 см.

Ответ: АВ = 4 см, ВС = 6 см.

№5. Имеются два ящика с яблоками, причем в первом ящике 15 яблок, а во втором - 16 яблок. Разрешается проводить в любом порядке и в любом количестве следующие операции:

а) увеличить на 2 число яблок в первом ящике и одновременно увеличить на 1 их число во втором;

б) увеличить на 1 число яблок в первом ящике и одновременно увеличить на 2 их число во втором;

в) уменьшить на 1 число яблок в первом ящике и одновременно уменьшить на 2 их число во втором;

г) уменьшить на 2 число яблок в первом ящике и одновременно уменьшить на 1 их число во втором.

Можно ли, совершая такие действия, добиться того, чтобы одновременно в первом ящике оказалось 50 яблок, а во втором – 25 яблок? Ответ обосновать.

Решение: Предположим, что требуемое в задаче – возможно. Пусть для этого нужно сделать k операций типа а), l операций типа б), m операций типа в) и n операций типа г). Порядок операций нам не важен. Тогда должны выполняться соотношения:

$\left\{\begin{array}{c}15+2k+l-m-2n=50,\\16+k+2l-2m-n=25;\end{array}⇔\left\{\begin{array}{c}2\left(k-n\right)+\left(l-m\right)=35,\\\left(k-n\right)+2\left(l-m\right)=9.\end{array}\right.\right.$

Переобозначим целые числа *k* - *n* = *x*; *l* - *m* = *y* и решим систему:

$$\left\{\begin{array}{c}2x+y=35,\\x+2y=9;\end{array}(\*)⇔\left\{\begin{array}{c}y=35-2x,\\x=\frac{61}{3}.\end{array}\right.\right.$$

Число *х* – не целое. Если бы требуемое в задаче было возможно, то система (\*) должна иметь целое решение, а это неверно.

Ответ: Нельзя

|  |  |
| --- | --- |
| ***Баллы*** | ***Правильность (ошибочность) решения*** |
| 7 | Полное верное решение. |
| 6-7 | Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение. |
| 5-6 | Решение содержит незначительные ошибки, пробелы в обоснованиях, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений. |
| 4 | Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев. |
| 2-3 | Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи. |
| 1 | Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении). |
| 0 | Решение неверное, продвижения отсутствуют. Решение отсутствует. |

Помимо этого, следует обратить внимание жюри муниципального этапа на то, что:

а) любое правильное решение оценивается в 7 баллов. Недопустимо снятие баллов за то, что решение слишком длинное, или за то, что решение школьника отличается от приведенного в методических разработках или от других решений, известных жюри; при проверке работы важно вникнуть в логику рассуждений участника, оценивается степень ее правильности и полноты;

б) олимпиадная работа не является контрольной работой участника, поэтому любые исправления в работе, в том числе зачеркивание ранее написанного текста, не являются основанием для снятия баллов; недопустимо снятие баллов в работе за неаккуратность записи решений при ее выполнении;

в) баллы не выставляются «за старание Участника», в том числе за запись в работе большого по объему текста, не содержащего продвижений в решении задачи;

г) победителями олимпиады в одной параллели могут стать несколько участников, набравшие наибольшее количество баллов, поэтому не следует в обязательном порядке «разводить по местам» лучших участников олимпиады.